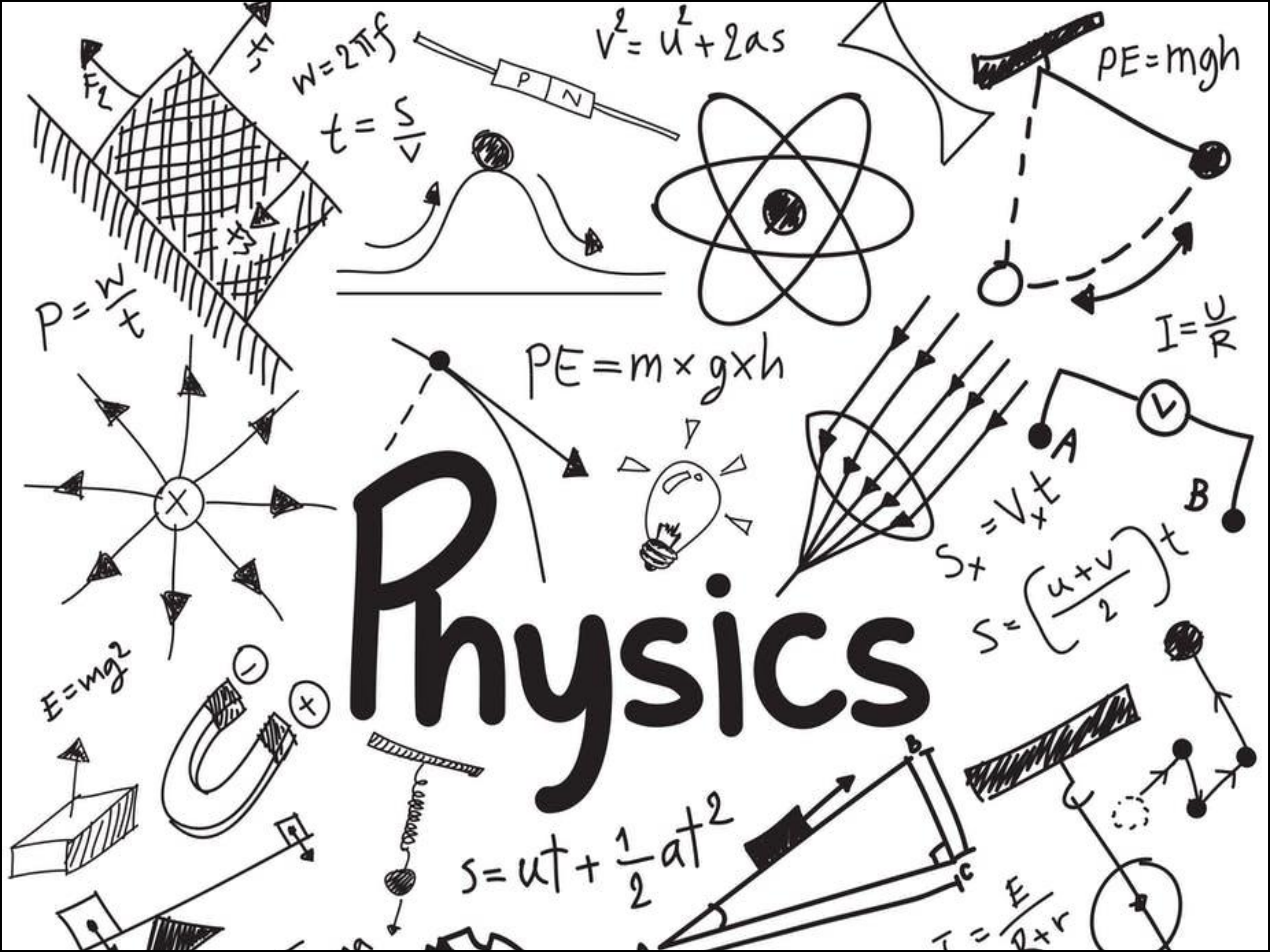


Physics
$W=2\pi f$
$V^2=u^2+2as$
$PE=mgh$
$t=\frac{S}{V}$
$P=\frac{W}{t}$
$PE=m\times g\times h$
$I=\frac{U}{R}$
$S_x=V_xt$
$S=\left(\frac{u+v}{2}\right)t$
$E=mg^2$
$s=ut+\frac{1}{2}at^2$
P
N
A
B
C

Reminder…

- **Διαλέξεις**
  - **Προαιρετική** παρουσία!
  - Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε
  - Δεν υπάρχουν απουσίες
  - Υπάρχει <u>**σεβασμός**</u> στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία
  - **Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας**: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά

Εικόνα: Μητέρα και κόρη απολαμβάνουν την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης των σωμάτων τους. Κάθε μια ξεχωριστή τρίχα των μαλλιών τους φορτίζεται και προκύπτει μια απωθητική δύναμη μεταξύ των τριχών, με αποτέλεσμα να «σηκώνονται οι τρίχες τους». ☺ (Courtesy of Resonance Research Corporation)

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικά Πεδία

Εικόνα: Μητέρα και κόρη απολαμβάνουν την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης των σωμάτων τους. Κάθε μια ξεχωριστή τρίχα των μαλλιών τους φορτίζεται και προκύπτει μια απωθητική δύναμη μεταξύ των τριχών, με αποτέλεσμα να «σηκώνονται οι τρίχες τους». ☺ (Courtesy of Resonance Research Corporation)

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικά Πεδία

Ηλεκτρικά Πεδία (επανάληψη…)

- **Ηλεκτρικό πεδίο**
- **Ηλεκτρικό Πεδίο $\vec{E}$ σε ένα σημείο του χώρου: η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται σε ένα σωματίδιο q_0, δια το φορτίο αυτό**

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

- Ένα ηλεκτρικό πεδίο υπάρχει σε ένα σημείο του χώρου αν ένα φορτισμένο σωματίδιο (με μικρό q_0) υφίσταται μια ηλεκτρική δύναμη

$$\vec{F}_e = q_0\vec{E}$$

- Το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ σε ένα σημείο *P* λόγω της παρουσίας **πηγής φορτίου** q δίνεται ως

$$\vec{E}_P = k_e\frac{q}{r^2}\vec{\mathbf{r}}$$

- Μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο *P*

$$E_P = k_e\frac{|q|}{r^2}$$

Ηλεκτρικά Πεδία (επανάληψη…)

- **Ηλεκτρικό πεδίο**
- **Ηλεκτρικό Πεδίο $\vec{E}$ από κατανομή φορτίου**

$$\boldsymbol{E_P = \int dE_P}$$

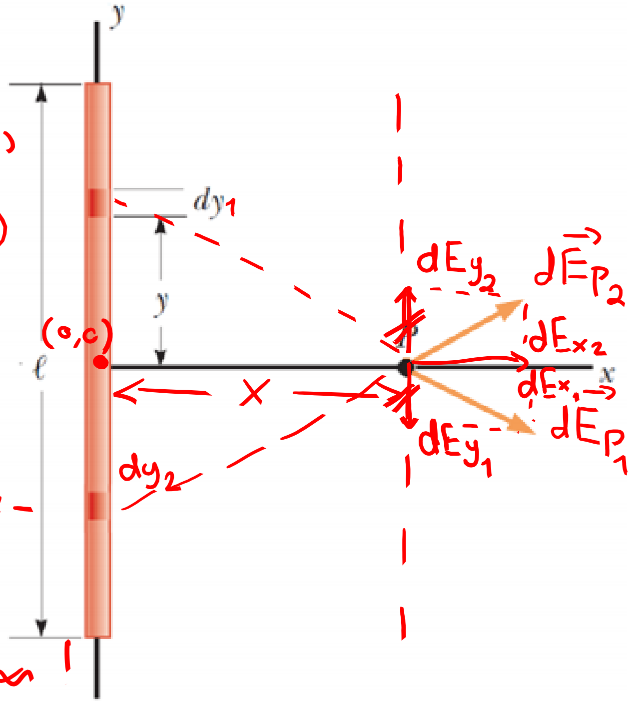
- Υπολογίζουμε το πεδίο dE_P εξ αιτίας σημειακού φορτίου dq
- Αθροίζουμε (ολοκληρώνοντας) τις συνεισφορές όλων των απειροστά μικρών φορτίων dq της κατανομής

Ηλεκτρικά Πεδία (επανάληψη…)

- **Παράδειγμα 1:**
  - Μια ράβδος μήκους l έχει ομοιόμορφη κατανομή θετικού φορτίου ανά μονάδα μήκους λ και συνολικό φορτίο $Q > 0$. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P που βρίσκεται σε απόσταση x από το μέσον της ράβδου, όπως στο σχήμα.

Τμηματοποιούμε τη ράβδο σε φορτία dq μήκους dy. Λόγω της ομοιόμορφης φόρτισης της ράβδου, ισχύει $\lambda = \frac{Q}{l} = \frac{dq}{dy}$ (1)

Λόγω συμμετρίας και θέσης της ράβδου, παρατηρούμε ότι οι y-συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P για οποιαδήποτε δύο σημειακά φορτία dq_1, dq_2 που ισαπέχουν από το (0,0) αλληλοακυρώνονται.



Ηλεκτρικά Πεδία (επανάληψη…)

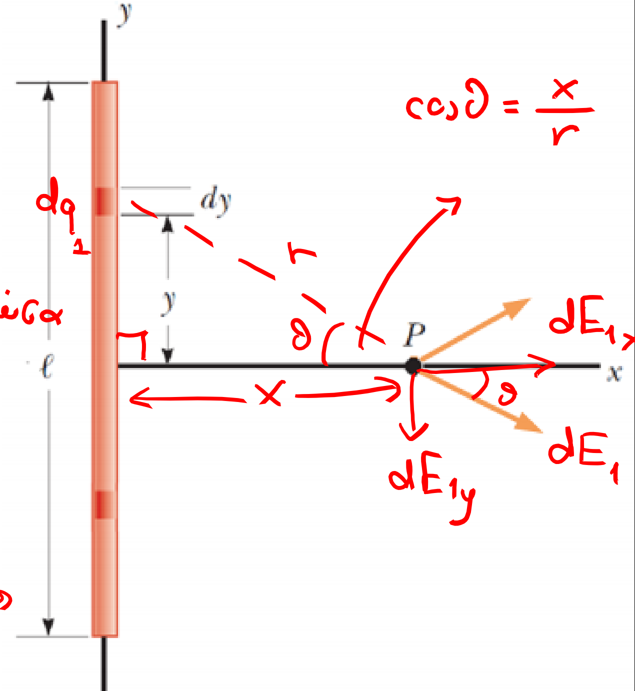
- **Παράδειγμα 1 – Λύση:**
  - Μια ράβδος μήκους l έχει ομοιόμορφη κατανομή θετικού φορτίου ανά μονάδα μήκους λ και συνολικό φορτίο $Q > 0$. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.

Για το φορτίο dq_1, το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P θα είναι

$$dE_1 = k_e \frac{|dq_1|}{r^2} = k_e \frac{|dq_1|}{x^2+y^2}$$

Η x-συνιστώσα στο σημείο P για το dE_1, θα είναι

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$



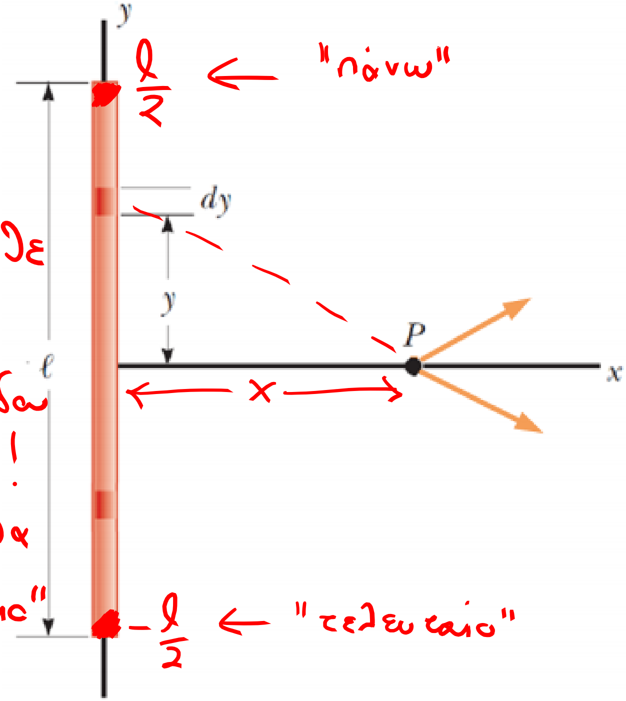
$$dE_{1x} = dE_1 \cdot \cos\theta = k_e \frac{|dq_1|}{x^2+y^2}\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\Rightarrow dE_{1x} = k_e \frac{|dq_1|\,x}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Ηλεκτρικά Πεδία (επανάληψη…)

- **Παράδειγμα 1 – Λύση:**
  - Μια ράβδος μήκους l έχει ομοιόμορφη κατανομή θετικού φορτίου ανά μονάδα μήκους λ και συνολικό φορτίο $Q > 0$. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.



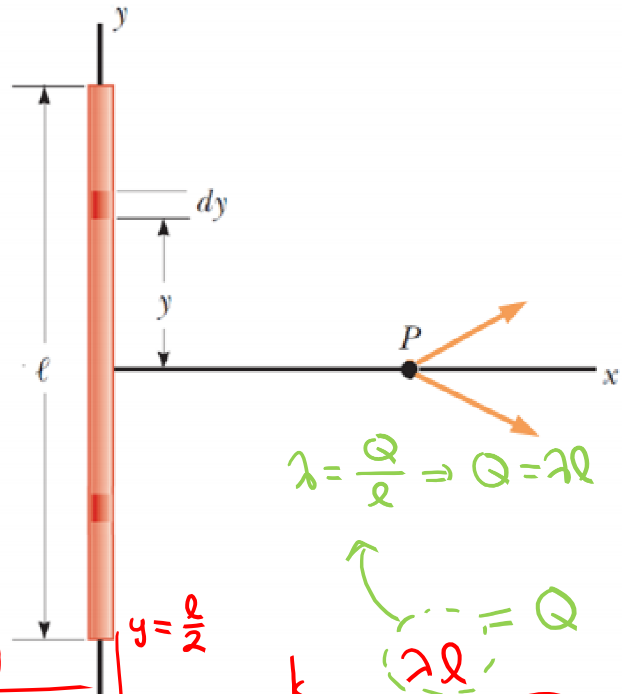
Για να βρω το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P πρέπει να "αθροίσω" όλες τις απειροστά μικρές συνεισφορές dE_i από κάθε φορτίο dq_i της ράβδου. Τα φορτία dq_i βρίσκονται σε διαφορετικές θέσεις της ράβδου και άρα έχουν διαφορετικό y ← μεταβλητή! Όμως καταλαβαίνω ότι το "πάνω" φορτίο θα βρίσκεται στη θέση $y = \frac{l}{2}$ και το "τελευταίο" στη θέση $y = -\frac{l}{2}$. Άρα

$$E_{Px} = \int dE_i = \int k_e \frac{|dq_i|\, x}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \underset{dq=dq_i}{\overset{dq_i>0}{=}} k_e \int \frac{x \cdot dq}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Ηλεκτρικά Πεδία (επανά

$$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2\sqrt{x^2+a^2}} \quad (2)$$

- **Παράδειγμα 1 – Λύση:**
  - Μια ράβδος μήκους l έχει ομοιόμορφη κατανομή θετικού φορτίου ανά μονάδα μήκους λ και συνολικό φορτίο $Q > 0$. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.



Το ολοκλήρωμα έχει διαφορικό dq και μεταβλητή y'. Όμως (1) $\Rightarrow \frac{dq}{dy} = \lambda \Rightarrow$

$\Rightarrow dq = \lambda\, dy$! Άρα

$$E_{P_x} = k_e \int \frac{x \lambda\, dy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = k_e \lambda x \int \frac{dy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Ποιά είναι τα άκρα του ολοκληρώματος?

Φυσικά τα $y = -\ell/2$, $y = \ell/2$. Άρα

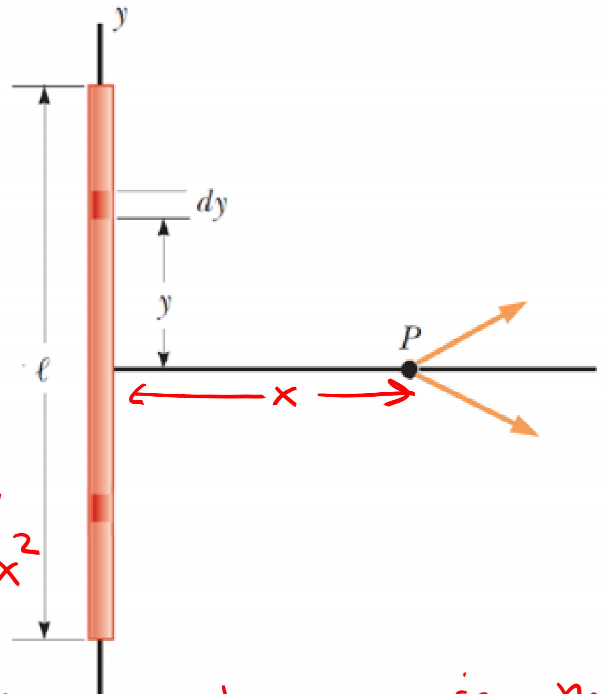
$$\lambda = \frac{Q}{\ell} \Rightarrow Q = \lambda \ell$$

$$E_{P_x} = k_e \lambda x \int_{-\frac{\ell}{2}}^{\frac{\ell}{2}} \frac{dy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \overset{(2)}{=} k_e \lambda x \left. \frac{y}{x^2\sqrt{y^2+x^2}} \right|_{y=-\frac{\ell}{2}}^{y=\frac{\ell}{2}} = k_e \frac{\underbrace{\lambda \ell}_{= Q}}{x\sqrt{x^2+\left(\frac{\ell}{2}\right)^2}}$$

$$= k_e Q \frac{1}{x\sqrt{x^2+\left(\frac{\ell}{2}\right)^2}}.$$

Ηλεκτρικά Πεδία (επανάληψη…)

- **Παράδειγμα 1 – Λύση:**
  - Μια ράβδος μήκους l έχει ομοιόμορφη κατανομή θετικού φορτίου ανά μονάδα μήκους λ και συνολικό φορτίο $Q > 0$. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.



Άρα τελικά $\vec{E}_P = E_{P_x}\vec{i} = k_e \dfrac{Q}{x\sqrt{x^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2}}\,\vec{i}$

Sanity check: τι θα γίνει αν $x >> l$? Αν είμαστε μακριά από τη ράβδο, περιμέναμε να συμπεριφέρεται ως "σημειακό φορτίο". Για να δούμε:

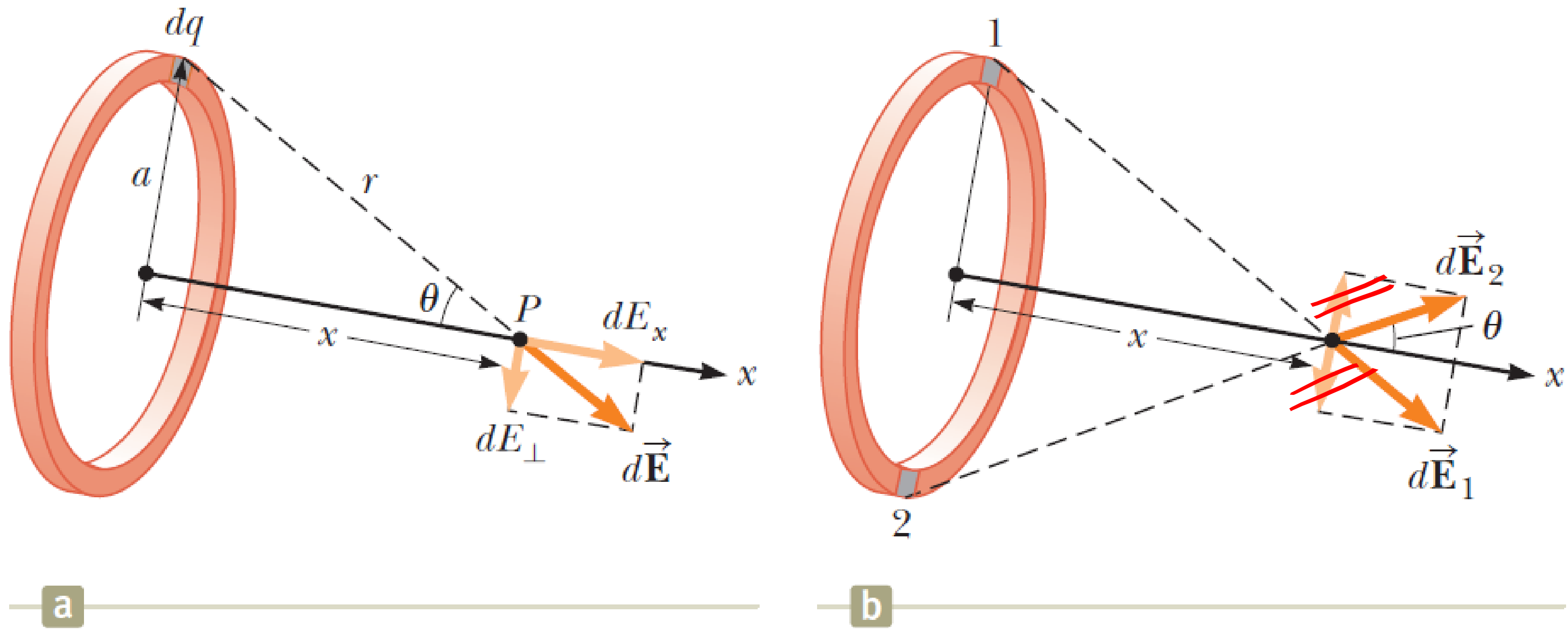
$$x >> l \Rightarrow x^2 >> \left(\frac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow x^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2 \simeq x^2$$

Άρα

$E_{P_x} = k_e \dfrac{Q}{x\sqrt{x^2}} = k_e \dfrac{Q}{x^2}$, που είναι ακριβώς η σχέση για το ηλεκτρικό πεδίο σημειακού φορτίου!

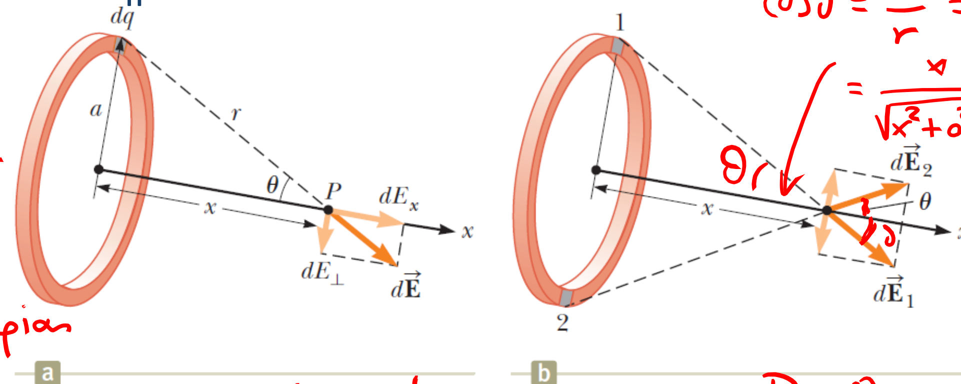
Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα 2:**
  - Ένας δακτύλιος ακτίνας α φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένο θετικό φορτίο Q. Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P που βρίσκεται σε απόσταση x από το κέντρο του δακτυλίου και στον κάθετο άξονα στο επίπεδο του δακτυλίου.



Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα 2 – Λύση:**
  - Ένας δακτύλιος ακτίνας a φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένο θετικό φορτίο Q. Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.



$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

Επιλέγουμε φορτίο dq_1 όπως στο σχήμα. Επιλέγουμε το αντιδιαμετρικό του dq_2. Αναλύονται σε συνιστώσες και λόγω της συμμετρίας του σχήματος, οι y-συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P αλληλοεξουδετερώνονται. Άρα το ηλεκτρ. πεδίο στο P θα έχει μόνο x-συνιστώσα. $\vec{E}_P = \vec{E}_{P_x}$. Λόγω του φορτίου dq_1, το ηλ. πεδίο στο P θα είναι:

$$dE_P = k_e \frac{|dq_1|}{r^2} = k_e \frac{dq}{a^2+x^2}$$

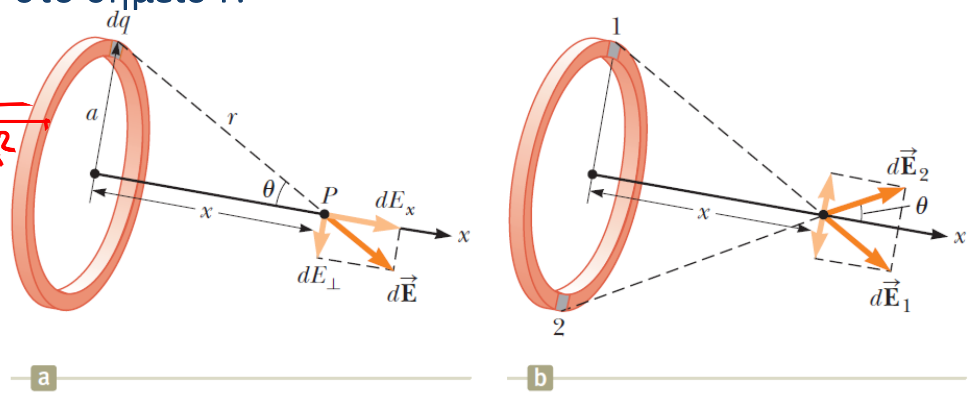
, η x-συνιστώσα θα δίνεται ως

$$dE_{P_x} = dE_P \cdot \cos\theta$$

Ηλεκτρικά Πεδία

Παράδειγμα 2 – Λύση:

- Ένας δακτύλιος ακτίνας α φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένο θετικό φορτίο Q. Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.



Λόγω του $\cos\theta = \dfrac{x}{r} = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}$

θα έχουμε:

$$dE_{P_x} = k_e \frac{dq}{(x^2+a^2)} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} =$$

$$= k_e \frac{dq \cdot x}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}.$$ "Αθροίζω" τις συνεισφορές ηλεκτρ. πεδίου για όλα τα σημειακά φορτία του δακτυλίου: $E_{P_x} = \int dE_{P_x} = k_e x \int \underbrace{\frac{dq}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}}_{\text{σταθερό}} =$

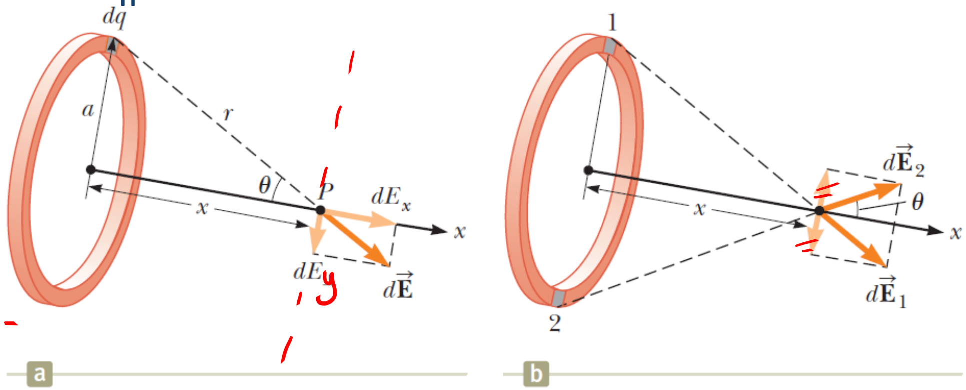
$$= k_e x \frac{1}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} \underbrace{\int dq}_{Q} = k_e x \frac{Q}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Ηλεκτρικά Πεδία

$$① \quad \lambda = \frac{Q}{\ell} = \frac{dq}{ds} = \frac{Q}{2\pi a}$$

μήκος κύκλου

- **Παράδειγμα 2 – 2η Λύση:**
  - Ένας δακτύλιος ακτίνας a φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένο θετικό φορτίο Q. Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.



Όμοια με πριν, καταλήγαμε στο

$$dE_{P_x} = k_e \frac{x\,dq}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Όμως $dq = \lambda ds$ για κάθε απειροστό μικρό τμήμα δακτυλίου ds

Άρα

$$dE_{P_x} = k_e x \frac{\lambda ds}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Υπολογίζω την "αθροιστική" συνεισφορά κάθε απειροστά μικρού τόξου ds στο ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P ως:

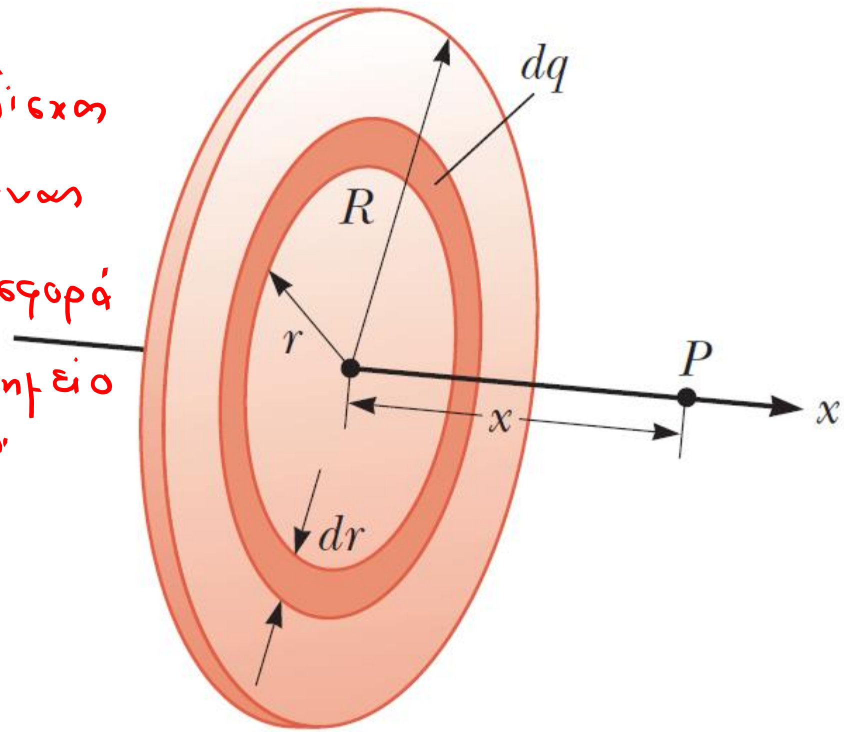
$$E_{P_x} = \int dE_{P_x} = k_e x \lambda \frac{1}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} \int \overbrace{ds}^{2\pi a} = k_e x \frac{\overset{①=Q}{\lambda\, 2\pi a}}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = k_e x \frac{Q}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

↳ άθροισμα όλων των απειροστά μικρών τόξων ds

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα 3:**
  - Ένας δίσκος ακτίνας *R* έχει ομοιόμορφο επιφανειακό φορτίο πυκνότητας σ. Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P σε απόσταση *x*, και που βρίσκεται στον κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του δίσκου.

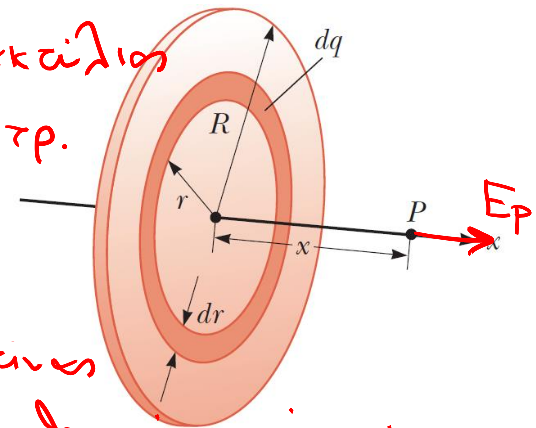
Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ο δίσκος αποτελείται από δακτυλίους ακτίνας dr και να υπολογίσουμε τη συνεισφορά καθενός στο ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P, και στο τέλος να "αθροίσουμε" αυτές τις συνεισφορές!



Ηλεκτρικά Πεδία

$$(1)\quad \sigma = \frac{Q}{A} = \frac{dq}{dA} = \frac{dq}{2\pi r dr} \Rightarrow dq = 2\pi\sigma r dr$$

- **Παράδειγμα 3 – Λύση:**
  - Ένας δίσκος ακτίνας R έχει ομοιόμορφο επιφανειακό φορτίο πυκνότητας σ. Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.



Δείξαμε στο προηγ. παράδειγμα ότι ένας δακτύλιος φορτίου Q και ακτίνας a συνεισφέρει ηλεκτρ. πεδίο στο P ίσο με: $E_P = k_e \dfrac{Qx}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$

Έστω "σημειακός" δακτύλιος φορτίου dq, ακτίνας r, και πάχους dr. Τότε η συνεισφορά του θα είναι ίση με

$dE_P = k_e \dfrac{dq \cdot x}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$. Λόγω (1), μπορούμε να γράψουμε.

$dE_P = k_e \dfrac{2\pi\sigma r x\, dr}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$ Αυτή είναι η συνεισφορά "ενός σημειακού" δακτυλίου ακτίνας r, πάχους dr, φορτίου dq.

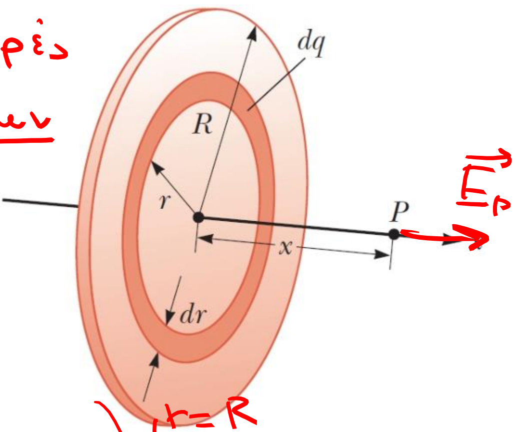
Ο δίσκος αποτελείται από "πολλούς" δακτυλίους, με $0<r<R$

Ηλεκτρικά Πεδία

$$\int_{c_1}^{c_2} \frac{x}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}\,dx = -\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\Bigg|_{x=c_1}^{x=c_2}$$

- **Παράδειγμα 3 – Λύση:**
  - Ένας δίσκος ακτίνας R έχει ομοιόμορφο επιφανειακό φορτίο πυκνότητας σ. Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.

Τώρα πρέπει να "αθροίσουμε" όλες τις συνεισφορές στο ηλεκτρ. πεδίο στο σημείο P εξ' αιτίας όλων των δακτυλίων να συνιστούν το δίσκο. Άρα



$$E_P = \int dE_P = \int k_e 2\pi\sigma x \frac{r\,dr}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} =$$

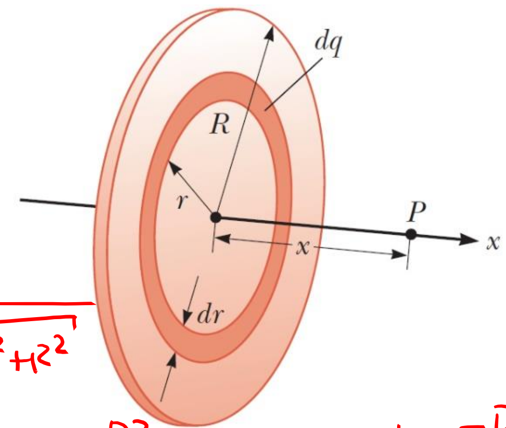
$$= 2\pi\sigma x k_e \int_0^R \frac{r\,dr}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} = 2\pi\sigma x k_e \left(-\frac{1}{\sqrt{x^2+r^2}}\right)\Bigg|_{r=0}^{r=R} =$$

$$= 2\pi k_e \sigma x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}\right) = 2\pi k_e \sigma \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$

Ηλεκτρικά Πεδία

$$E_P = 2\pi k_e\sigma\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$

- **Παράδειγμα 3 – Λύση:**
  - Ένας δίσκος ακτίνας R έχει ομοιόμορφο επιφανειακό φορτίο πυκνότητας σ. Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P.



Ας δούμε πως συμπεριφέρεται ο δίσκος αν:

~ $x >> R$: $E_P = 2\pi k_e\sigma\left(\frac{\sqrt{x^2+R^2}-x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right) =$

$= 2\pi k_e\sigma \frac{\cancel{x^2}+R^2-\cancel{x^2}}{\sqrt{x^2+R^2}\left(\sqrt{x^2+R^2}+x\right)} = 2\pi k_e\sigma\frac{R^2}{x^2+R^2+x\sqrt{x^2+R^2}}$

Αν $x>>R$, τότε $x^2+R^2 \approx x^2$, οπότε $E_P \simeq 2\pi k_e\sigma\frac{R^2}{x^2+x^2} = 2\pi k_e\frac{\sigma R^2}{2x^2}$ $= \pi k_e\sigma\frac{R^2}{x^2}$.

~ Αν $R \to +\infty$: $E_P = 2\pi k_e\sigma(1-0) = 2\pi k_e\sigma$

$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

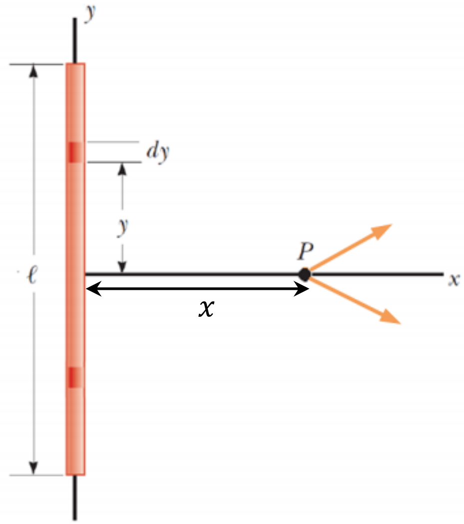
$\Rightarrow E_P = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ (!)

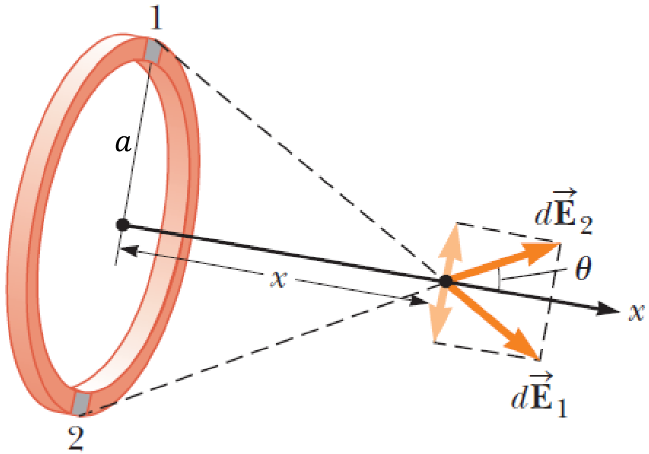
(σταθερή $\forall\ x$)

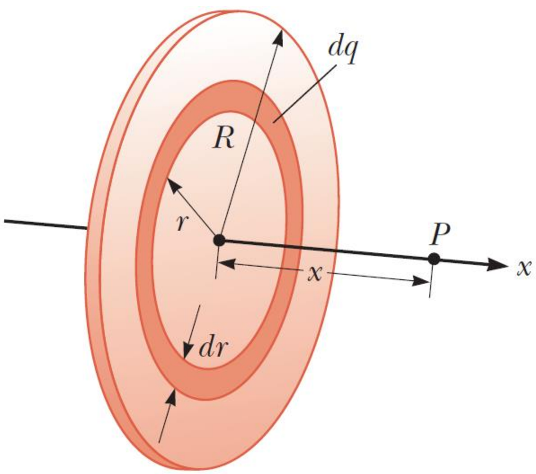
Ηλεκτρικά Πεδία

Κατανομές φορτίων

Πολύ ειδικές περιπτώσεις επιλογής του σημείου P!! Προκύπτουν συμμετρίες που απλοποιούν τους υπολογισμούς!





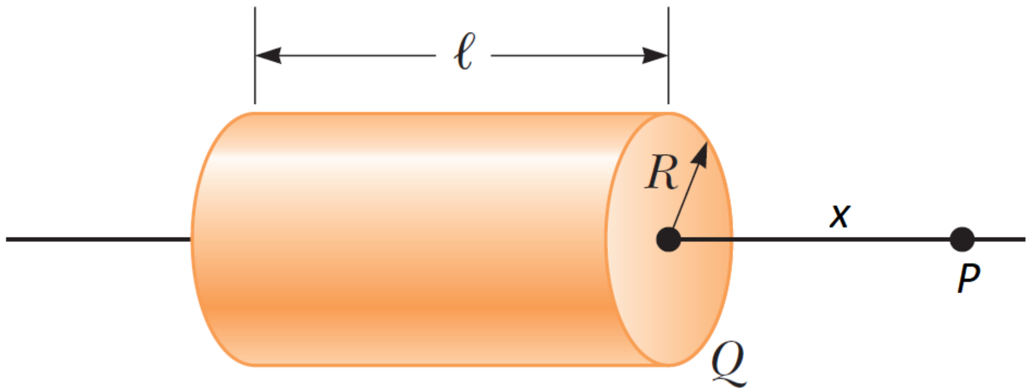


$$\vec{E}_P = k_e \frac{Q}{x\sqrt{x^2 + (l/2)^2}}\vec{\imath} \qquad \vec{E}_P = k_e \frac{Qx}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}\vec{\imath} \qquad \vec{E}_P = 2\pi\sigma k_e \left(1 - \frac{x}{(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}}\right)\vec{\imath}$$

Ηλεκτρικά Πεδία

Κατανομές φορτίων

Πώς θα δουλεύατε στην παρακάτω περίπτωση?



Θα θεωρούσαμε τον κύλινδρο ως μια συλλογή από «σημειακούς» δίσκους των οποίων τη συνεισφορά ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P γνωρίζουμε ήδη!

Αν ο κύλινδρος ήταν «κούφιος»?

Θα θεωρούσαμε τον κύλινδρο ως μια συλλογή από «σημειακούς» δακτυλίους των οποίων τη συνεισφορά ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P γνωρίζουμε ήδη!

Ηλεκτρικά Πεδία

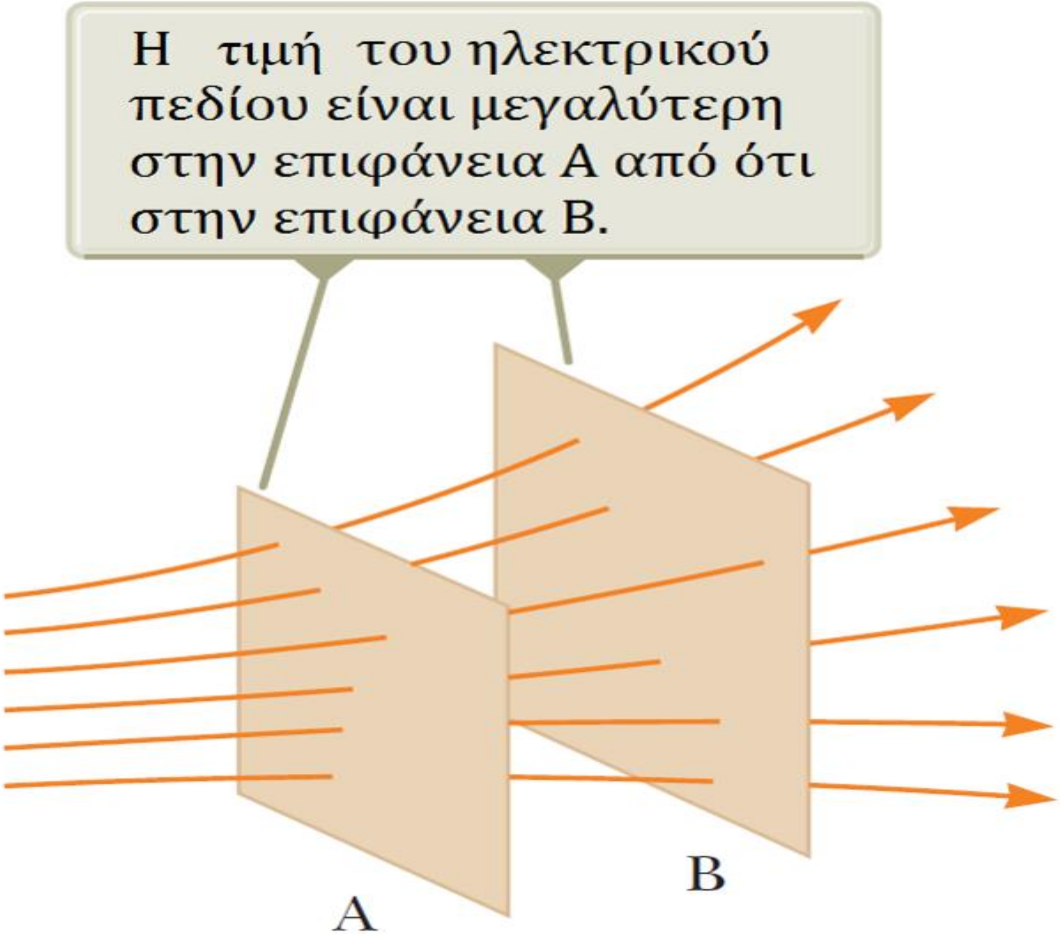
- **Ηλεκτρικά Πεδία**
  - Σε όλα τα παραδείγματα είδατε τη φιλοσοφία προσέγγισης
  - Από ένα μικρό, «σημειακό» φορτίο (είτε πραγματικό σημειακό φορτίο είτε κατανομή μικρού φορτίου) γενικεύσαμε σε ολόκληρη την κατανομή φορτίου
    - Υπολογίσαμε τη συνεισφορά ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο λόγω του «σημειακού» φορτίου
    - Αθροίσαμε (ολοκληρώσαμε) όλες τις συνεισφορές που οφείλονται σε όλα τα «σημειακά» φορτία

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου**
  - Δεν μπορούμε να δούμε ένα ηλεκτρικό πεδίο
  - Ένας βολικός τρόπος αναπαράστασης είναι οι **δυναμικές γραμμές** ηλεκτρικού πεδίου
    - Το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου $\vec{E}$ είναι εφαπτόμενο σε μια δυναμική γραμμή που διέρχεται από κάθε σημείο του χώρου
    - Η κατεύθυνση της γραμμής είναι όμοια με αυτή της ηλεκτρικής δύναμης που ασκείται σε ένα **θετικά** φορτισμένο σωματίδιο που βρίσκεται στο πεδίο
    - Ο αριθμός των γραμμών διαμέσου μιας επιφάνειας που είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές είναι ανάλογη του μέτρου του ηλεκτρικού πεδίου
      - Με άλλα λόγια, οι δυναμικές γραμμές είναι πιο πυκνές όπου η «δύναμη» του πεδίου είναι μεγαλύτερη

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου**

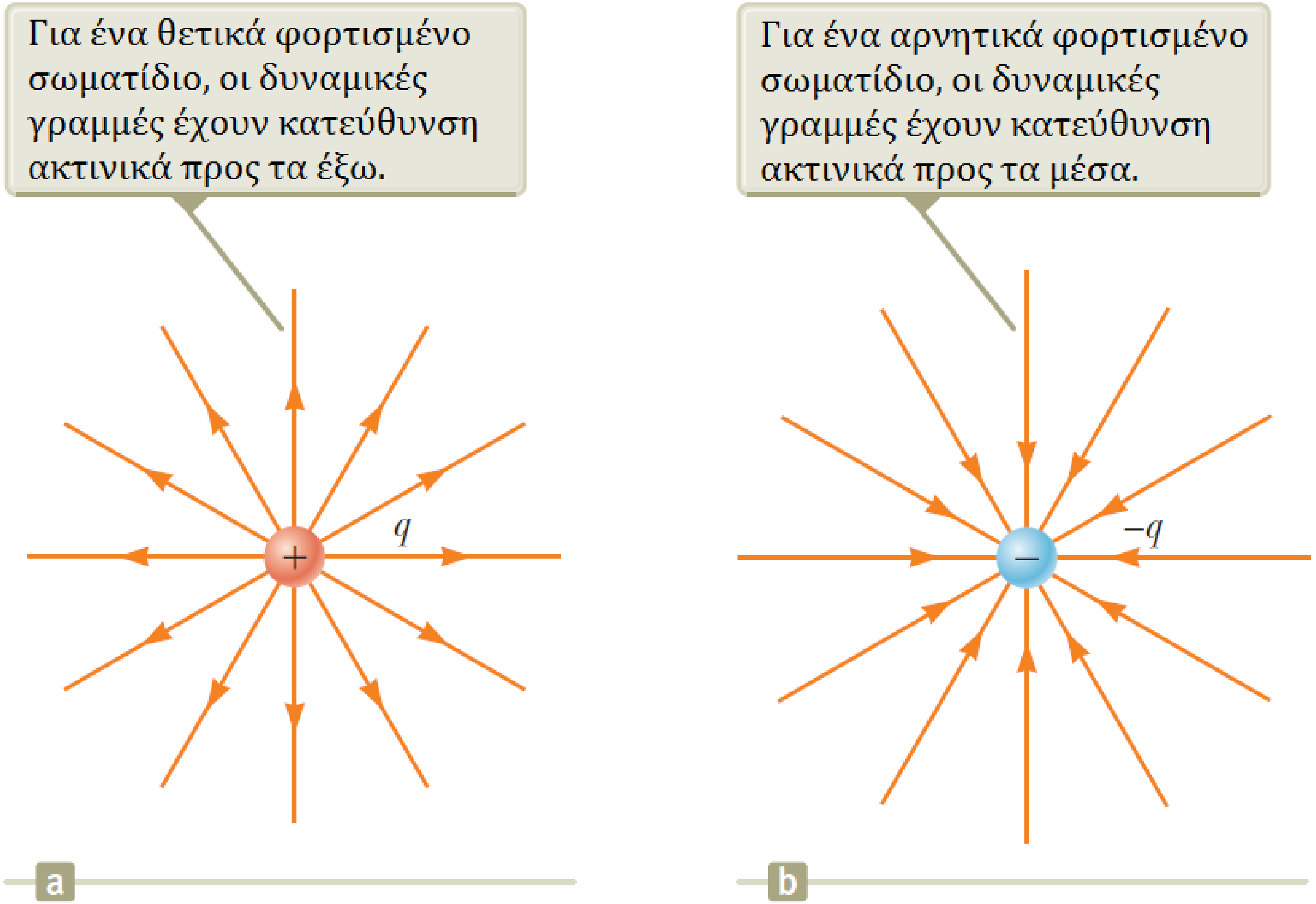


Ηλεκτρικά Πεδία

- **Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου**
  - Πώς τις σχεδιάζουμε;
  - Για **μεμονωμένα σημειακά φορτία**, οι γραμμές κατευθύνονται **ακτινικά προς τα «έξω» (θετικό φορτίο)** ή προς τα **«μέσα» (αρνητικό φορτίο)**
  - Για δύο ανόμοια φορτία, οι γραμμές πρέπει να ξεκινούν από θετικό φορτίο και να καταλήγουν σε αρνητικό φορτίο. Αν υπάρχει πλεόνασμα κάποιου φορτίου, τότε κάποιες δυναμικές γραμμές θα ξεκινούν ή θα τελειώνουν απειροστά μακριά.
  - Ο αριθμός των γραμμών που ξεκινούν από ένα θετικό φορτίο ή πλησιάζουν ένα αρνητικό φορτίο είναι ανάλογη του μέτρου του φορτίου.
  - Οι δυναμικές γραμμές δεν τέμνονται.

Ηλεκτρικά Πεδία

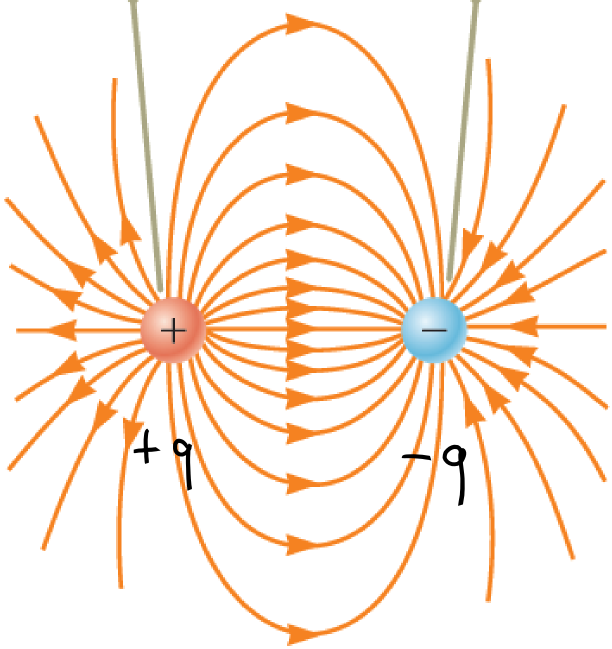
- **Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου**



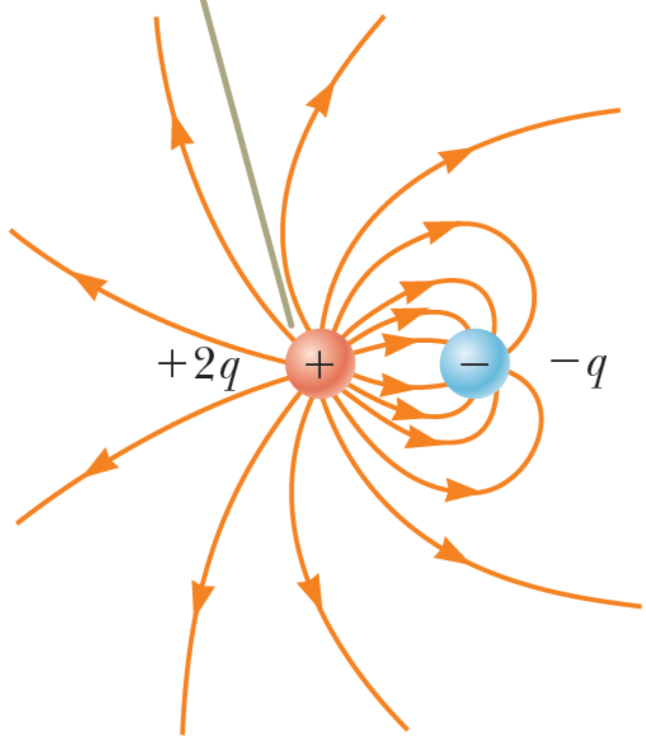
Ηλεκτρικά Πεδία

Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου

Ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που ξεκινούν από το θετικό φορτίο ισούται με τον αριθμό γραμμών που φθάνουν στο αρνητικό φορτίο.

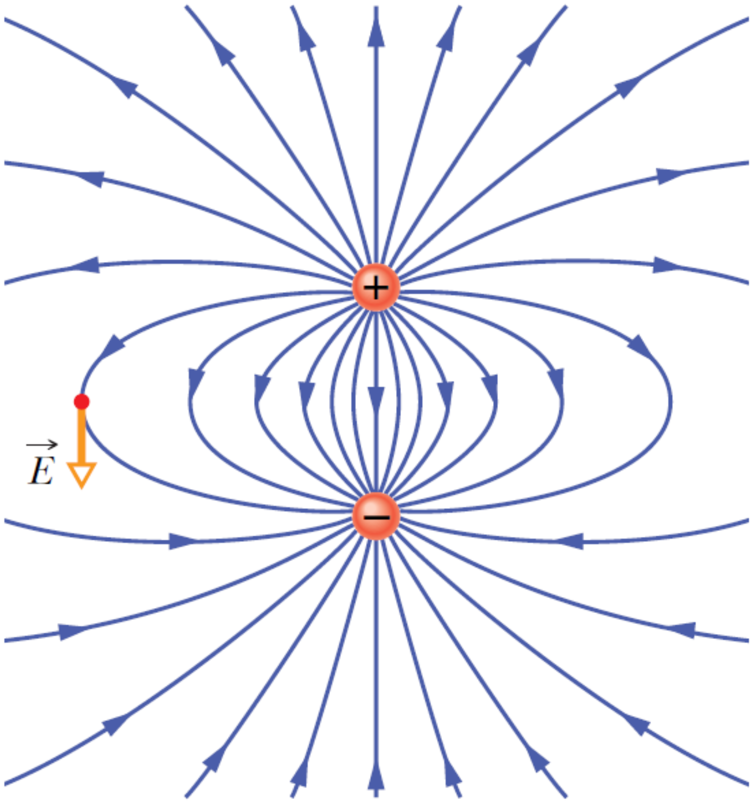


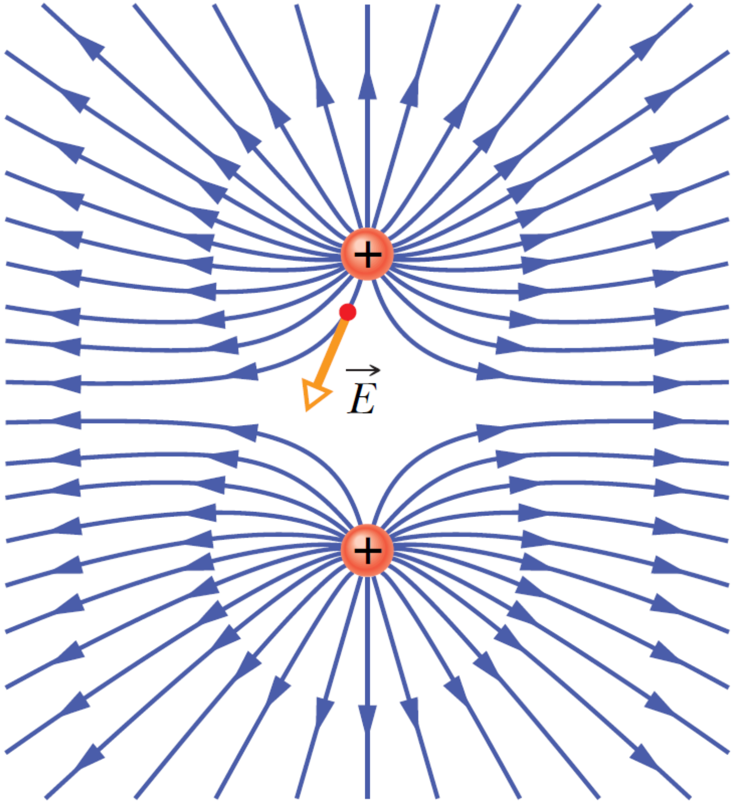
Δυο δυναμικές γραμμές ξεκινούν από το + 2q για κάθε μια που τερματίζει στο -q.



Ηλεκτρικά Πεδία

- **Δυναμικές Γραμμές Ηλεκτρικού Πεδίου**





Ηλεκτρικά Πεδία

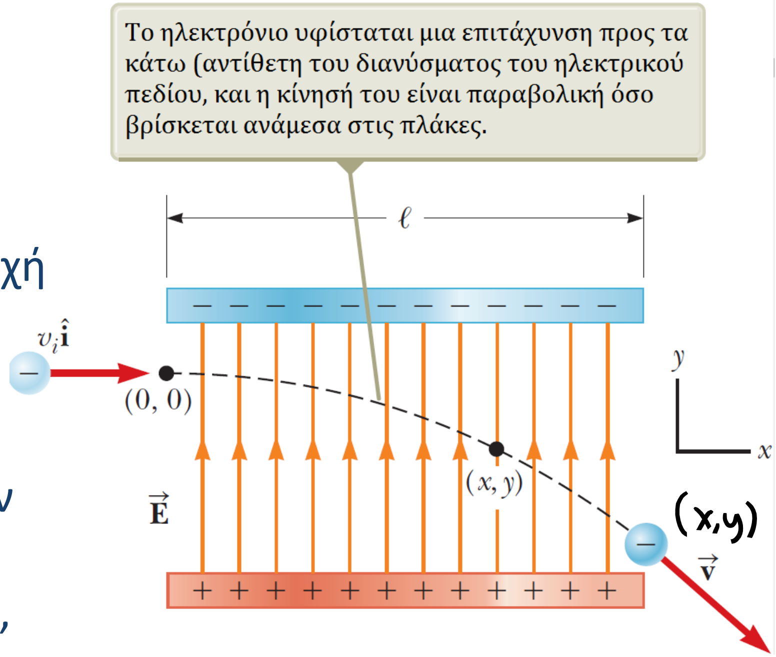
- **Κίνηση σωματιδίου σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο**
  - Σωματίδιο μάζας m και φορτίου q
  - Ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$
  - **Ομογενές**: **σταθερό** μέτρο, **παράλληλες** δυναμικές γραμμές που ξεκινούν από θετικά φορτία και καταλήγουν σε αρνητικά φορτία
  - Επιταχυνόμενη κίνηση λόγω ηλεκτρικής δύναμης

$$\vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \ \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

  - Αν το σωματίδιο έχει **θετικό** φορτίο, η κίνησή του ακολουθεί την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών του ηλεκτρικού πεδίου
  - Αλλιώς, η κίνηση είναι αντίθετη της κατεύθυνσης του ηλεκτρικού πεδίου

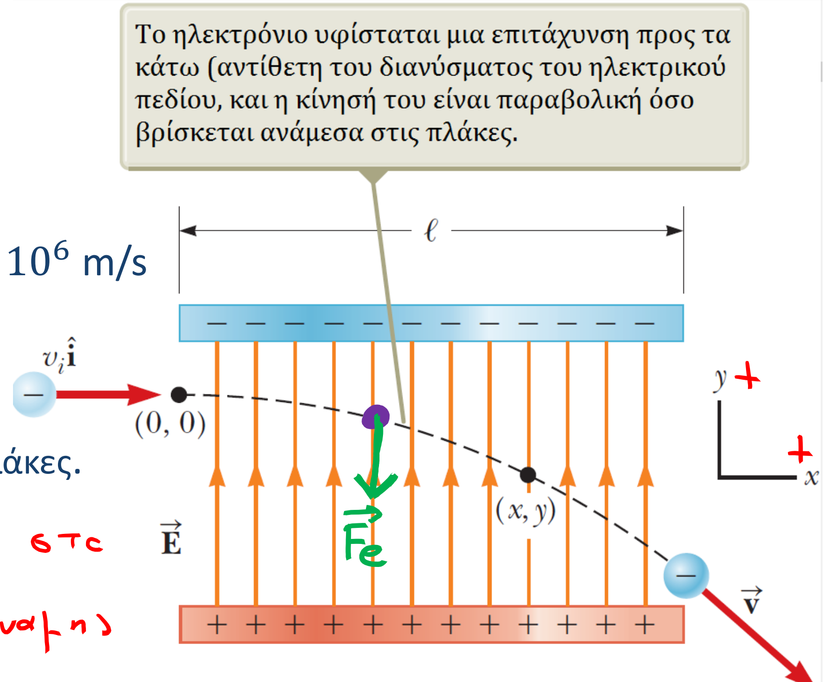
Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα:**
  - Ένα ηλεκτρόνιο μπαίνει σε μια περιοχή ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου όπως στο σχήμα. Η αρχική ταχύτητά του είναι $u_i = 3 \times 10^6$ m/s και $E = 200$ N/C. Το οριζόντιο μήκος των πλακών είναι $l = 0.1$ m. Θεωρήστε γνωστή τη μάζα του ηλεκτρονίου m_e, καθώς και το φορτίο του, e.
    Α) Βρείτε την επιτάχυνση του ηλεκτρονίου όσο βρίσκεται ανάμεσα στις πλάκες.
    Β) Υποθέτοντας ότι το ηλεκτρόνιο μπαίνει στο πεδίο τη χρονική στιγμή $t = 0$, βρείτε το χρόνο που εγκαταλείπει το πεδίο.
    Γ) Υποθέτοντας ότι η y-συνιστώσα του ηλεκτρονίου όταν μπαίνει στο ηλεκτρικό πεδίο είναι $y = 0$, ποια είναι αυτή με την οποία εγκαταλείπει το πεδίο;



Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Η αρχική ταχύτητά του είναι $u_i = 3 \times 10^6$ m/s και $E = 200$ N/C. Το οριζόντιο μήκος των πλακών είναι $l = 0.1$ m.
    Α) Βρείτε την επιτάχυνση του ηλεκτρονίου όσο βρίσκεται ανάμεσα στις πλάκες.



Το ηλεκτρόνιο επιταχύνεται μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο λόγω ηλεκτρ. δύναμης $\vec{F_e}$. Μοντελοποιούμε το ηλεκτρόνιο ως σώμα υπό επίδραση δύναμης.

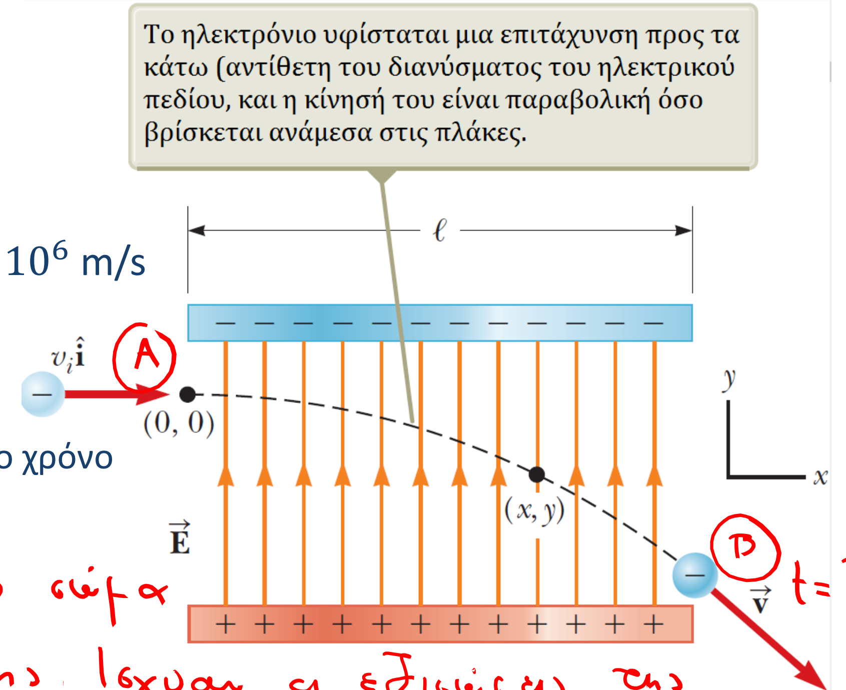
Ισχύει ο 2ος Νόμος Newton: $\sum \vec{F_y} = m\vec{a_y} \Leftrightarrow \vec{F_e} = m\vec{a_y} \Rightarrow$

$$\Rightarrow -F_e = m a_y \Leftrightarrow -q_e E = m a_y \Rightarrow a_y = \frac{-q_e E}{m} = \frac{-eE}{m}.$$

Άρα $$\vec{a_y} = -\frac{eE}{m}\vec{j}$$

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Η αρχική ταχύτητά του είναι $u_i = 3 \times 10^6$ m/s και $E = 200$ N/C. Το οριζόντιο μήκος των πλακών είναι $l = 0.1$ m.
    B) Υποθέτοντας ότι το ηλεκτρόνιο μπαίνει στο πεδίο τη χρονική στιγμή $t = 0$, βρείτε το χρόνο που εγκαταλείπει το πεδίο.



Το ηλεκτρόνιο μοντελοποιείται ως σώμα υπό επίδραση σταθερής επιτάχυνσης. Ισχύουν οι εξισώσεις της κινηματικής. Στη διαδρομή A→B, η x-συνιστώσα της κίνησης είναι αυτή της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης με σταθερή ταχύτητα, γιατί δεν υπάρχει επιτάχυνση στην x'x κίνηση του ηλεκτρονίου.

$$x_B = x_A + u_x t$$

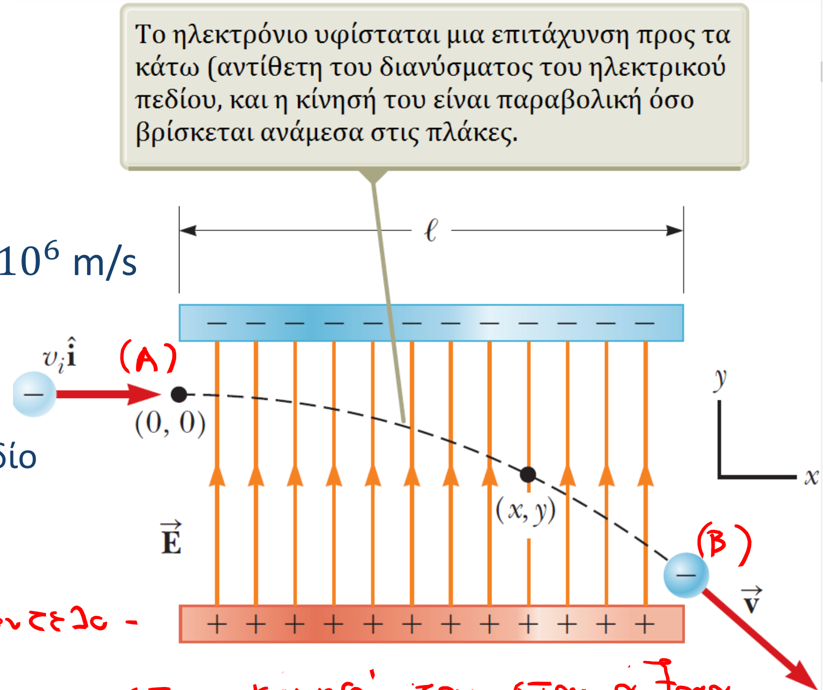
$$0.1 = 0 + 3 \cdot 10^6 \cdot t$$

$$t = 0.33 \cdot 10^{-7} \text{ sec}$$

Ηλεκτρικά Πεδία

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Η αρχική ταχύτητά του είναι $u_i = 3 \times 10^6$ m/s και $E = 200$ N/C. Το οριζόντιο μήκος των πλακών είναι $l = 0.1$ m.

    Γ) Υποθέτοντας ότι η y-συνιστώσα του ηλεκτρονίου όταν μπαίνει στο ηλεκτρικό πεδίο είναι $y = 0$, ποια είναι αυτή με την οποία εγκαταλείπει το πεδίο;



Στη διαδρομή A→B, το ηλεκτρόνιο μοντελοποιείται ως σώμα υπό σταθερή επιτάχυνση στην κίνησή του στον άξονα y'y. Ισχύουν οι νόμοι της κίνησης. Άρα

$$y_B = y_A + u_{y_A} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$y_B = 0 + 0t + \frac{1}{2}\left(-\frac{eE}{m}\right)t^2 \text{ , με } t = \left(\frac{l}{u_i}\right) = \frac{1}{3} \cdot 10^{-7}\text{ s}$$

$$y_B = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m}\frac{l^2}{u_i^2}$$

$$\cong -0.0195\text{ m}$$ (αρνητική, όπως αναμενόταν)

Τέλος Διάλεξης